

KATEDRA MECHANIKI STOSOWANEJ I ROBOTYKI

Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej

SYGNAŁY I SYSTEMY DYNAMICZNE

Laboratorium 5

**Temat: Zastosowanie środowiska Matlab do analizy
i syntezy sygnałów okresowych**

PODSTAWY TEORII PRÓBKOWANIA

Cel i zakres ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest nabycie podstawowych umiejętności ilustracji dwóch podstawowych zjawisk związanych z procesem próbkowania: aliasingu i rekonstrukcji. Badany jest aliasing dla sygnału sinusoidalnego oraz sygnału o zmiennej częstotliwości (typu chirp). Stosując transformację Fouriera badamy zjawisko aliasingu, które jest obserwowane w dziedzinie częstotliwości. Dodatkowo przeanalizujemy szereg zagadnień związanych z odtwarzaniem sygnału z jego próbek. Do analizy i wizualizacji otrzymanych wyników wykorzystano funkcje programu MATLAB.

Podstawy teoretyczne

Aliasing to nieodwracalne zniekształcenie sygnału w procesie próbkowania wynikające z niespełnienia założeń twierdzenia Kotielnikowa-Shannona. Zniekształcenie to objawia się obecnością w sygnale składowych o błędnych częstotliwościach (aliasów).

Nie jest proste pokazanie zjawiska aliasingu w programie MATLAB, ponieważ jedynym dopuszczalnym typem sygnałów w tym języku są przebiegi dyskretne w czasie, reprezentowane jako wektory. Zastosujemy symulację czasu ciągłego, należy jednak pamiętać o ważnej różnicy pomiędzy Δt dla symulacji sygnału analogowego oraz okresem próbkowania T_p .

Kiedy sygnał ciągły w czasie jest próbkowany, jego widmo częstotliwościowe ulega powielaniu i przesuwaniu o odległość równą częstotliwości próbkowania. Powoduje to powstawanie zjawiska aliasingu. Efekt ten można obserwować na oscyloskopie, w MATLABIE efekt ten możemy symulować, to właśnie będzie celem tego projektu.

Do symulacji sygnałów ciągłych w czasie należy zastosować bardzo wysoką częstotliwość próbkowania. Częstotliwość próbkowania powinna być nie mniejsza niż pięciokrotna wartość częstotliwości maksymalnej uwzględnianej w sygnale. Będziemy stosowali dwie różne częstotliwości próbkowania. Jedna będzie częstotliwością próbkowania sygnałów dyskretnych, tj. częstotliwością przetwornika A/C, a druga będzie częstotliwością do symulacji sygnałów ciągłych w czasie. Innym zagadnieniem jest przedstawienie widma sygnałów ciągłych. Znowu będziemy tylko symulować ciągłą transformację Fouriera.

PRZYKŁAD 1 (Przebieg sinusoidalny – aliasing)

Wykorzystamy sygnał sinusoidalny ciągły w czasie opisany zależnością:

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t + \phi)$$

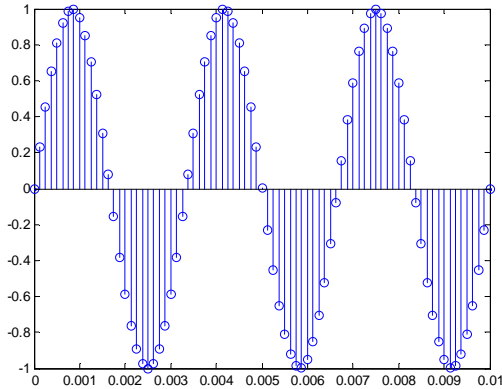
Próbkując $x(t)$ z częstotliwością $f_p = 1/T_p$ otrzymamy sygnał dyskretny w czasie:

$$x[n] = x(t)_{t=nT_p} = x(t)_{t=n/f_p} = \sin\left(2\pi \frac{f_0}{f_p} n + \phi\right)$$

Jeśli wykreślimy przebieg $x[n]$ dla różnych kombinacji wartości f_0 i f_p , będziemy mogli zilustrować problemy związane z aliasingiem. Przyjmijmy dalej częstotliwość próbkowania $f_p = 8\text{kHz}$.

Poniżej przedstawiono wykres dyskretnego w czasie przebiegu sinusoidalnego. Przyjmij częstotliwość fali sinusoidalnej 300Hz oraz oblicz i wykreśl próbki sygnału w przedziale czasu 10ms. Faza początkowa sygnału ϕ może być dowolna. Wykonaj wykres wykorzystując funkcję MATLABA „stem”.

```
t=0:1/8000:0.01;
x=sin(2*pi*t*300);
stem(t,x)
```



Łatwo zauważyć obwiednię sinusoidy, ponieważ nasz wzrok dokonuje optycznej rekonstrukcji obwiedni sygnału (jeśli jest to konieczne, wykreśl sygnał stosując funkcję „plot” ...).

PRZYKŁAD 2 (Sygnał „chirp” - aliasing)

Modulowany częstotliwościowo sygnał „chirp”, o liniowej zmianie częstotliwości dobrze obrazuje zjawisko aliasingu, ponieważ wzrost częstotliwości sygnału powoduje osiągnięcie dopuszczalnej granicy dla danych warunków próbkowania. Matematyczna definicja sygnału „chirp” dana jest zależnością:

$$y(t) = \cos(\pi\mu t^2 + 2\pi f_1 t + \psi)$$

Chwilową częstotliwość takiego sygnału możemy wyprowadzić o różniczkując fazę (argument funkcji cosinus) o czasie. Wynik tej operacji

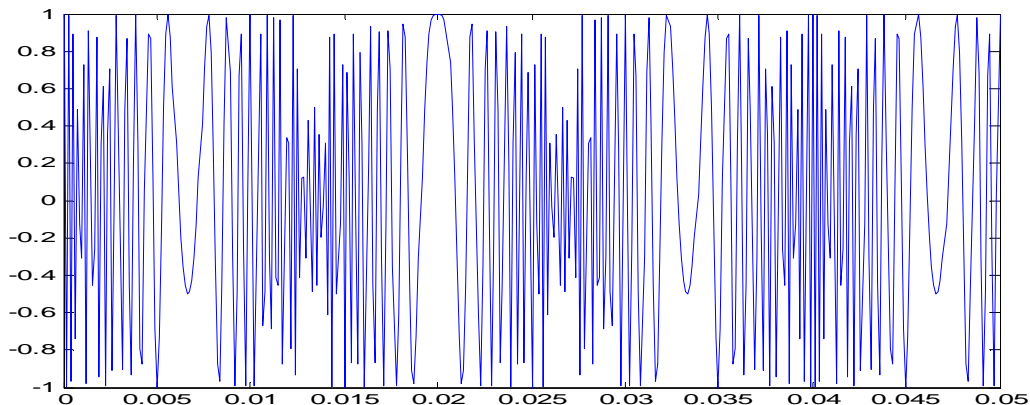
$$f_c(t) = \mu t + f_1$$

ukazuje liniową zmianę częstotliwości chwilowej w czasie.

Założymy parametry sygnału „chirp” $f_1=4\text{kHz}$, $\mu=600\text{kHz}$, i ψ jest dowolne. Maksymalny czas trwania przebiegu wynosi 50 ms.

Dla częstotliwości próbkowania $f_p=8\text{kHz}$ wykreśl dyskretny w czasie przebieg stosując obie funkcje „stem” oraz „plot”. W momencie gdy zmienne pasmo sygnału osiąga częstotliwość próbkowania występuje zjawisko aliasingu.

```
clear;
mi=600000;
fp=8000;
f1=4000;
t=0:1/fp:0.05;
f=mi*t+f1;
y=cos(pi*mi*t.*t+2*pi*f1*t);
plot(t,y);
```



Ψ (1, 2, 3, 4, 5, 6)

Zauważ, że w niektórych momentach czasu na wykresie sygnału „chirp” pozorna częstotliwość jest bardzo niska. Częstotliwość chwilowa w tych punktach czasu przechodzi przez zero.

PRZYKŁAD 3 (symulacja sygnału analogowego)

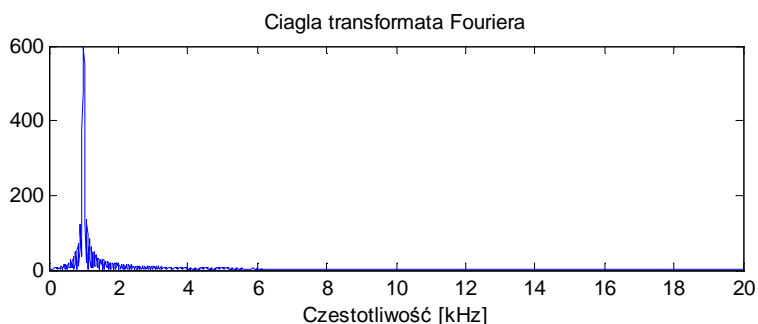
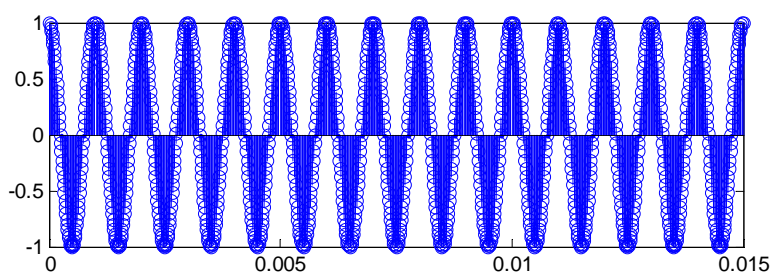
Niżej utworzono funkcję MATLABA pozwalającą symulować widma sygnałów ciągłych. Zauważ, że zmienna „dt” jest okresem próbkowania symulacji.

```
function fplot(xa,dt);
L=length(xa);
Nfft=round(2.^round(log2(5*L)));
Xa=fft(xa,Nfft);
range=0:(Nfft/4);
ff=range/Nfft/dt;
plot(ff/1000,abs(Xa(1:Nfft/4+1)));
title('Ciagla transformata Fouriera')
xlabel('Czestotliwosc [kHz]')
```

Aby zaobserwować efekt aliasingu, podamy sygnał analogowy na wejście układu DSP. Do ilustracji zastosujemy sygnał „cos”, jednak następnie należy również rozważyć sygnały o innych kształtach. Przyjmijmy w ćwiczeniu częstotliwość próbkowania dla symulacji sygnału ciągłego w czasie równą $f_{sim}=80\text{kHz}$. Wygeneruj symulowany sygnał analogowy, „cos” o częstotliwości f_0 .

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \phi)$$

```
clear;
fsim=80000;
f0=1000;
dt=1/fsim;
t=0:dt:0.015;
y=cos(2*pi*f0*t);
subplot(111)
subplot(211)
stem(t,y)
subplot(212)
fplot(y,dt)
```



$\Psi(0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6)$

ZADANIE 1

Wykonaj szereg wykresów podobnie jak w przykładzie 1, ale zmieniaj częstotliwość fali sinusoidalnej od 100 do 475Hz z krokiem co 125Hz. Sprawdź, czy na wykresie jest widoczny zadawany wzrost pozornej częstotliwości fali sinusoidalnej.

Wykonaj wykresy, uwzględniając zmianę częstotliwość fali sinusoidalnej od 7525 do 7900Hz z krokiem 125Hz. Sprawdź, czy na wykresie nadal jest widoczny zadawany wzrost pozornej częstotliwości fali sinusoidalnej. Wyjaśnij to zjawisko.

Wykonaj podobną serię wykresów, zmieniając częstotliwość fali sinusoidalnej od 32100 do 32475Hz z krokiem 125Hz. Spróbuj sformułować ogólną zależność, w jakich przypadkach pozorna częstotliwość fali sinusoidalnej maleje a w jakich rośnie.

ZADANIE 2

Przeanalizuj przykład 2

ZADANIE 3

Na podstawie przykładu 3, generuj próbki z częstotliwością fsim w przedziale czasu od długości T. Wybierz przedział czasu T tak, aby liczba próbek wynosiła około 900 do 1000. Pamiętaj aby częstotliwość sygnału była znacznie mniejsza (co najmniej 5 razy mniejsza) niż fsim.

Sprawozdanie

- ✓ Sprawozdanie powinno zawierać:
- ✓ Sformułowanie problemu(zagadnienia teoretyczne)
- ✓ Metodę rozwiązań zadań
- ✓ Uzyskane wyniki
- ✓ Wnioski

Sprawozdanie należy opracować w trakcie wykonywania laboratorium