

KATEDRA MECHANIKI STOSOWANEJ I ROBOTYKI

Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej

SYGNAŁY I SYSTEMY DYNAMICZNE

Laboratorium 4

**Temat: Zastosowanie środowiska Matlab do analizy
i syntezy sygnałów okresowych**

ANALIZA HARMONICZNA

REKONSTRUKCJA SYGNAŁU

Cel i zakres ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest nabycie podstawowych umiejętności analizy i syntezy sygnałów okresowych. Badane są wybrane zagadnienia dotyczące analizy harmonicznego sygnału, wyznaczanie mocy harmonicznych i rekonstrukcji sygnału. Do analizy i wizualizacji otrzymanych wyników wykorzystano funkcje programu MATLAB.

Podstawy teoretyczne

Analiza harmoniczna – reprezentacja funkcji (sygnałów) jako złożonych fal (częstotliwości, harmonik) bazowych.

Fundamentalne obiekty: szeregi Fouriera, transformata Fouriera i ich uogólnienia.

Analiza harmoniczna, polega na budowie modelu w postaci sumy tzw. harmonik, tj. funkcji sinusoidalnych lub kosinusoidalnych o danym okresie. Ogólnie, w przypadku n obserwacji liczba wszystkich możliwych harmonik jest równa $n/2$. Zapis modelu składowej periodycznej szeregu jest następujący:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} \left[\alpha_i \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right) + \beta_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \right],$$

gdzie i to numer harmoniki; $\alpha_0, \alpha_i, \beta_i$ -parametry.

Wielkości parametrów $\alpha_0, \alpha_i, \beta_i$ szacuje się za pomocą metody najmniejszych kwadratów. Zastosowania teorii: analiza i cyfrowe przetwarzanie (DSP) sygnałów; rozpoznawanie i filtracja obrazów i dźwięków; kompresja obrazów JPEG; kompresja dźwięku MP3; tomografia komputerowa.

PRZYKŁAD 1:

Rozłożono sygnał trójkątny o okresie $T=2.5s$ i amplitudzie 1 na składowe harmoniczne.

512 próbek sygnału zbadano w celu określenia jaka część mocy sygnału zawarta jest w kolejnych składowych harmonicznych.

```
T=2.5;
N=512;
t=linspace(0,T,N+1);t=t(1:N); %oś czasu
x=sawtooth(0.8*pi*t,0.8);%sygnał trójkątny
X=fft(x,512);
PSD=X.*conj(X)/N;
[sum(PSD) norm(x)^2]
[moc,ind]=sort(PSD); %dzięki operacji sortowania można wyznaczyć składowe
widma o największej mocy.
m=6; ind(N:-1:N-m+1)
```

Uzyskano wartość $sum(PSD)$

```
ans = 170.6689    170.6689
```

Oraz przedstawiono wyniki identyfikacji 6 składowych o największej mocy

```
ans = 512    2    511    3    510    4
```

Następnie przeprowadzono rekonstrukcję sygnału z jego harmonicznych

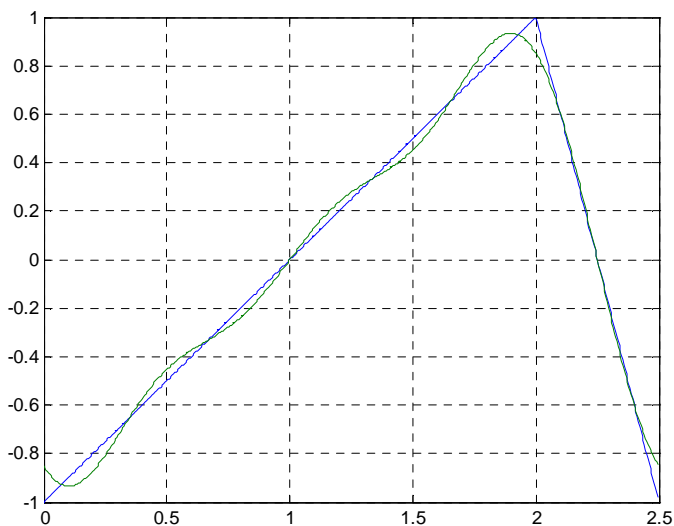
```
X6=zeros(1,N); % zarezerwowanie przestrzeni dla rekonstruowanego widma
h=[512 2 511 3 510 4];
X6(h)=X(h); %kopiowanie 6 składowych do rekonstruowanego widma sygnału
xr=ifft(X6); %odwrotna FFT
plot(t,[x;xr]);grid on; %wykres
proc=100*(norm(X6)/norm(X))^2;
proc
```

Uzyskano wynik

proc = 99.4170

Wynik ten informuje nas, że 99.4170% mocy sygnału zawarte jest w jego sześciu harmonicznych. Są to harmoniczne o indeksach 2, 3 i 4 odpowiadające częstotliwościom 0,2Hz, 0,3Hz i 0,4Hz oraz składowe sprzężone.

amplituda



czas

ZADANIE

Przeprowadzić analizę i rekonstrukcję dowolnego sygnału:

- ✓ prostokątnego (funkcja square)
- ✓ piłokształtnego (funkcja sawtooth).

Określić zależności pomiędzy właściwościami sygnału a liczbą harmonicznych koniecznych do ich możliwie dokładnej rekonstrukcji.

Sprawozdanie

- ✓ Sprawozdanie powinno zawierać:
- ✓ Sformułowanie problemu (zagadnienia teoretyczne)
- ✓ Metodę rozwiązań zadań
- ✓ Uzyskane wyniki
- ✓ Wnioski

Sprawozdanie należy opracować w trakcie wykonywania laboratorium