KATEDRA MECHANIKI STOSOWANEJ I ROBOTYKI

Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej

SYYGNAŁY I SYSTEMY DYNAMICZNE

Laboratorium 2

Temat: Zastosowanie środowiska Matlab do analizy i syntezy sygnałów okresowych

Cel i zakres ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest nabycie podstawowych umiejętności analizy i syntezy sygnałów okresowych. Badane są wybrane właściwości widm sygnałów okresowych. Do analizy i wizualizacji otrzymanych wyników wykorzystano funkcje programu MATLAB.

Podstawy teoretyczne

Podstawą analizy widmowej jest twierdzenie Fouriera, z którego wynika, że każdą funkcję okresową można przedstawić jako sumę funkcji trygonometrycznych lub wykładniczych (o różnych amplitudach i fazach początkowych).

Na podstawie tego twierdzenia, każdy przebieg okresowy można zapisać jako sumę składowych harmonicznych w postaci **sumy szeregu Fourier'a**:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(2\pi n f t + \Phi_n)$$

w powyższym wzorze:

A_0 - jest wartością średnią funkcji $x(t)$,

$A_1 \sin(2\pi f t + \Phi_1)$ - pierwszą (podstawową) harmoniczną.

Zastąpienie funkcji trygonometrycznej wykładniczą pozwala zapisać sumę **szeregu Fourier'a w postaci zespolonej**:

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{i2\pi n f t}$$

gdzie:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-i2\pi n f t}\, dt,$$

$$n = \ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots$$

Przy założeniu nieskończoności okresu, twierdzenie Fourier'a można rozszerzyć również na funkcje nieokresowe. Odpowiednikiem zespolonej postaci szeregu Fourier'a jest wówczas transformata Fouriera zdefiniowana wzorem:

$$G(if) = F(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi f t} dt$$

Równania te mają sens tylko wtedy, gdy funkcja $x(t)$ jest całkowalna z kwadratem, czyli:

$\int_0^T |x(t)|^2 dt < \infty$ - dla funkcji okresowych,

$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$ - dla funkcji nieokresowych.

Fizycznie odpowiada to zjawiskom, których energia jest ograniczona.

Poprzednie równanie legło u podstaw analizy widmowej polegającej na zmianie dziedziny opisu sygnału, przekształceniu przez transformację Fourier'a dowolnej funkcji określonej w dziedzinie czasu (na przykład amplitudy wielkości charakteryzującej drgania mechaniczne) do dziedziny częstotliwości. Funkcja ***G(if)*** opisuje ciągłe widmo drgań przebiegu ***x(t).*** Moduł ***G(if)*** jest, z dokładnością do stałego mnożnika, amplitudą składowych harmonicznych ***x(t).*** Na podstawie znajomości widma można odtworzyć przebieg czasowy (**wykonując odwrotną transformcję Fourier'a**):

$$x(t) = F^{-1}(G(if)) = \int_{-\infty}^{\infty} G(if)e^{i2\pi ft}dt$$

W praktyce analiza widmowa pozwala wyodrębnić najbardziej istotne dla rozważanego procesu składowe harmoniczne oraz ustalić wielkości amplitud tych składowych**. Określane są amplitudy kolejnych składowych harmonicznych (widmo amplitudowe) i/lub przesunięcia fazowe (widmo fazowe).** Dla większości procesów wibroakustycznych, zwłaszcza stacjonarnych, wystarczające informacje do wnioskowania, odnośnie charakteru zjawisk, zawiera widmo amplitudowe - widmo fazowe bywa określane w odosobnionych przypadkach.

Przy obecnym stanie wiedzy i techniki analizę widmową przebiegów rzeczywistych można wykonywać dwojako: **przez numeryczne obliczanie transformaty Fouriera lub przez odwzorowanie własności tej transformaty zespołem filtrów**. Każda z metod ma nieco inne własności i ograniczenia.

Informacje dodatkowe

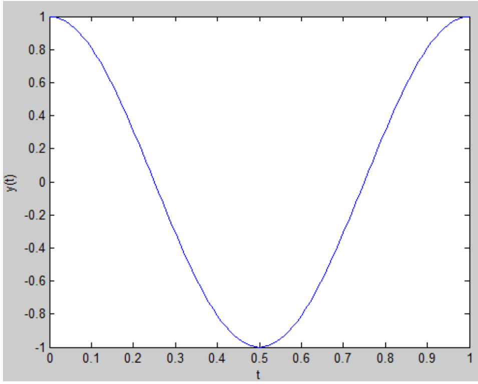
W MATLABie funkcje Y = fft(x) oraz x = ifft(Y) implementują prostą i odwrotną dyskretną transformatę Fouriera (szczegółowo przedstawione na wykładzie).
Y = fft(x) daje w wyniku dyskretną transformatę Fouriera (DFT) wektora x
Y = fft(x,N) daje w wyniku N-punktową DFT; jeśli długość wektora x jest mniejsza niż N, wektor x jest uzupełniany zerami do długości N, jeśli większa od N, to wektor x jest odpowiednio skracany.

Najważniejsze informacje o sygnale poddanym transformacji zawarte są w widmie amplitudowym i fazowym DFT. W celu obliczenia widma amplitudowego można wykorzystać funkcję **abs(x)**, która w przypadku liczb zespolonych zwraca moduły kolejnych elementów wektora/macierzy x. Aby obliczyć widmo fazowe można skorzystać z funkcji **angle(x)**, która zwraca kąty fazowe (w radianach) elementów wektora/macierzy liczb zespolonych.

W celu obliczenia części rzeczywistych lub urojonych liczb zespolonych można posłużyć się funkcjami **real** i **imag**.

PRZYKŁAD 1:
Przedstawić wykres widma amplitudowego sygnału kosinusoidalnego o częstotliwości próbkowania 100Hz

```
fs=100 ;            %częstotliwość próbkowania
t=0:1/fs:1;         %wektor czasu
y=cos(2*pi*t);      %sygnał
plot(t,y)
xlabel('t')
ylabel('y(t)')
```



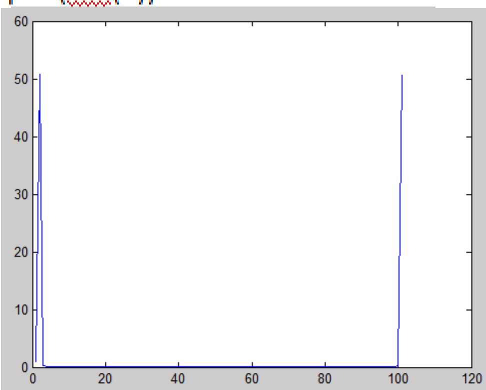
Dyskretna transformata Fouriera

Y=fft(y);

length(Y)

Wykres widma amplitudowego

plot(abs(Y))

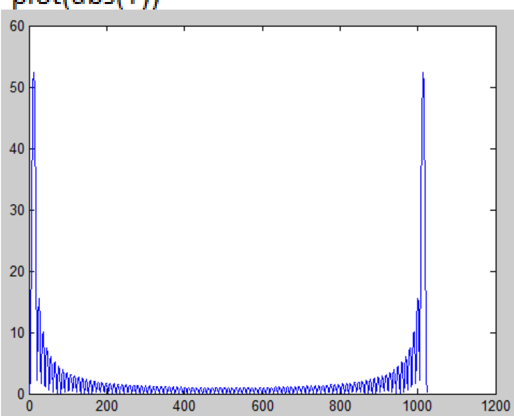


Zwiększenie liczby punków do N=1024 zamiast 101

N=1024;

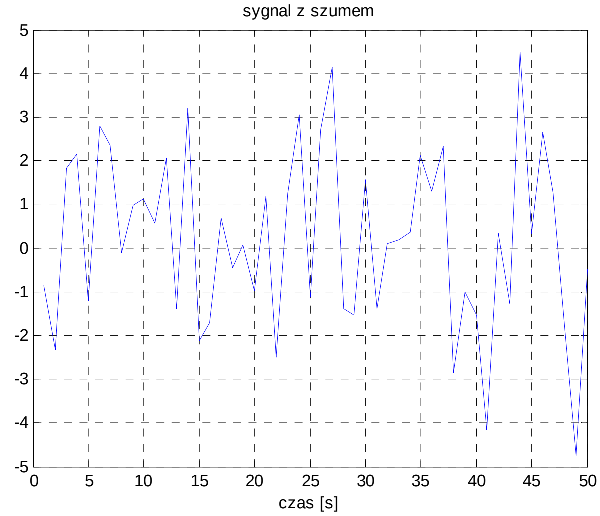
Y=fft(y,N);

plot(abs(Y))



PRZYKŁAD 2

DFT stosuje się powszechnie do znajdowania składowych częstotliwościowych sygnału czasowego z szumem. Częstotliwość próbkowania wynosi 1000 Hz. Utworzono sygnał składający się z dwóch składowych sinusoidalnych o częstotliwościach 50 Hz i 120 Hz oraz szumu randn(size(t)).



Obliczono 512 próbek DFT sygnału x :

Y=fft(x,512)

Widmo mocy, czyli miarę zawartości poszczególnych składowych sygnału w dziedzinie częstotliwości obliczono z zależności:

Pyy=Y.*conj(Y)/512;

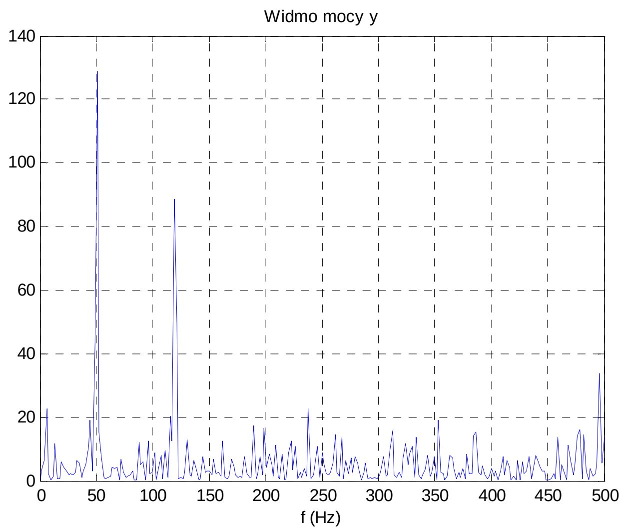
Przedstawiono wykres pierwszych 257 punktów na osi częstotliwości:

f=1000*(0:256)/512;

plot(f,Pyy(1:257));grid on

title('Widmo mocy y')

xlabel('f (Hz)') Na wykresie uwzględniono zawartość częstotliwościową sygnału od częstotliwości 0 Hz do częstotliwości Nyquista 500 Hz.



ZADANIE 1

Napisać program, którego zadaniem będzie wykreślenie postaci czasowej i częstotliwościowej:

- ✓ sygnału ***cos(2*pi*t*f)*** lub ***cos(2*pi*t*f+beta)*** dla częstotliwości próbkowania fs=150 Hz; *f*=5; *beta*=1/3*pi,
- ✓ sygnału ***square(2*pi*t*f***) dla częstotliwości próbkowania fs=150 Hz; *f*=5;
- ✓ sygnału ***chirp(t, 0, 1, fs/6)*** dla częstotliwości próbkowania fs=200 Hz

Dodatkowo przeprowadzić wspomnianą analizę.

ZADANIE 2

Przeprowadzić analizę widmową sygnału będącego sumą 2 składowych sinusoidalnych o częstotliwościach [f1,f2], przy poziomie szumu K. Szum gaussowski dodać do sygnału za pomocą funkcji randn, np: x=sin(2*pi*f1*t)+2*sin(2*pi*f2*t)+ K*randn(size(t)).
Dla f1(30 - 80) ; f2(90 - 140) ; K(1,2 – 2,3).

Sprawozdanie

- ✓ Sprawozdanie powinno zawierać:
- ✓ Sformułowanie problemu(zagadnienia teoretyczne)
- ✓ Metodę rozwiązań zadań
- ✓ Uzyskane wyniki
- ✓ Wnioski

Sprawozdanie należy opracować w trakcie wykonywania laboratorium